CANPOINT

全品智能作业

QUANPIN ZHINENGZUOYE

主 编：肖德好

高中数学2

必修第二册

BS

天津出版传媒集团
天津人民出版社

图书介绍

编写依据

以新教材为本，以课程标准（2017年版2020年修订）为纲。

选题依据

· 研究新教材使用地区最新题源，研究新教材新课标形式下的同步命题特点。

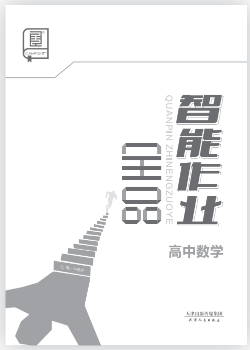
· 选题注重落实必备知识，满足同步教学中的基础性要求，兼顾一定的综合性。

· 强调试题的情境性、开放性，拓展学科知识的应用性和创新性。

▼ 课时作业

特点一　课时作业，分层设置

- 夯实基础——巩固必备知识、落实规范解答
- 素养提能——提升学科素养、形成关键能力
- 思维训练——拓广解题思路、提升数学思维



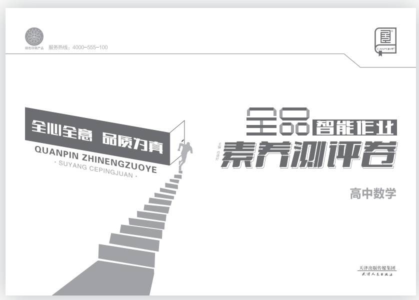
特点二　细分课时，针对阶段内所学知识及考试热点分别设置阶段滚动练和热点题型探究

- 阶段滚动练—— 强化练习，巩固阶段所学内容
- 热点题型探究—— 题型方法全面概括，解析本章考试热点难点

▼ 素养测评卷

单元素养测评卷
阶段素养测评卷
→ 知识覆盖到位，有助查漏补缺

模块素养测评卷 → 覆盖全书知识，精准备战期末



精选一线好题，拒绝知识倒挂、选题超纲现象，

助力同步高效学习！

CONTENTS 目录 全品智能作业·数学 BS

素养测评卷

第一章　三角函数

§1　周期变化

基础夯实篇

1. 下列现象是周期现象的是　(　　)

①日出日落;②潮汐;③海啸;④地震

A. ①②　　B. ①②③

C. ①②④　　D. ③④

2. 如果今天是星期三,那么 $7k-6,k\in\mathbf{N}^*$ 天后的那一天是　(　　)

A. 星期三　　B. 星期四

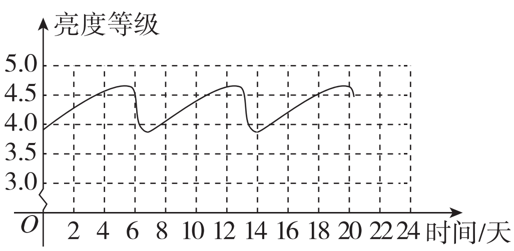
C. 星期五　　D. 星期六

3. 钟表分针的运动是一个周期现象,其周期为 60 分钟,现在分针恰好指向 2,则经过 100 分钟后分针指向　(　　)

A. 8　　B. 10

C. 11　　D. 12

4. 天上有些恒星的亮度是会变化的,其中一种称为造父变星的恒星,它的体积会膨胀收缩,进而造成亮度的周期性变化. 如图为一造父变星的亮度随时间的周期变化图,由此可知此造父变星亮度变化的周期是　(　　)



A. 5.5 天　　B. 7 天

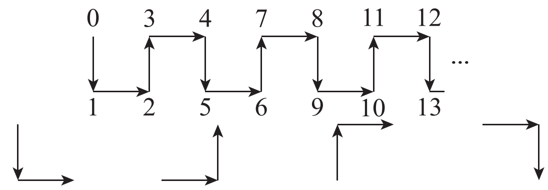
C. 14 天　　D. 20 天

5. 某十字路口处红绿灯亮灭的情况如下:65 秒亮绿灯;5 秒亮黄灯;70 秒亮红灯;65 秒亮绿灯;5 秒亮黄灯;70 秒亮红灯……某人开始亮绿灯时,过路口,经过 10 分钟又到此路口,则此时应该亮________灯.

6. 已知奇函数 $f(x)$ 是 $\mathbf{R}$ 上的函数,且 $f(1)=2$, $f(x+3)=f(x)$,那么 $f(8)=$________.

素养提能篇

7. 探索如图所呈现的规律,判断 2024 至 2026 箭头的方向是　(　　)



A　　B　　C　　D

8. [2024·江西宜春高一期中] 四个小动物换座位,开始时猴、兔、猫、鼠分别坐在①,②,③,④号位置上(如图),第 1 次上下排动物互换位置,第 2 次左右列互换位置……这样交替进行下去,那么第 2026 次互换座位后,小兔的位置对应的是(　　)

①猴	②兔
③猫	④鼠

开始

①猫	②鼠
③猴	④兔

第1次

①鼠	②猫
③兔	④猴

第2次

①兔	②猴
③鼠	④猫

第3次

A. 编号①　　B. 编号②

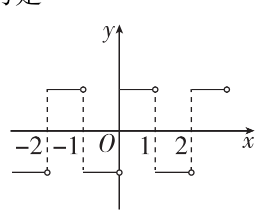
C. 编号③　　D. 编号④

9. "干支纪年法"是中国历法上自古以来使用的纪年方法,甲、乙、丙、丁、戊、己、庚、辛、壬、癸被称为"十天干",子、丑、寅、卯、辰、巳、午、未、申、酉、戌、亥被称为"十二地支". "天干"以"甲"字开始,"地支"以"子"字开始,两者按干支顺序相配,组成了干支纪年法,其相配顺序为:甲子、乙丑、丙寅、…、癸酉、甲戌、乙亥、丙子、…、癸未、甲申、乙酉、丙戌、…、癸巳、…,共得到 60 个组合,周而复始,循环记录. 已知 2010 年是"干支纪年法"中的庚寅年,那么 2030 年是"干支纪年法"中的(　　)

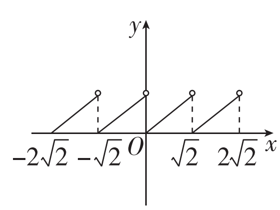
A. 己亥年　　B. 戊戌年

C. 庚戌年　　D. 辛丑年

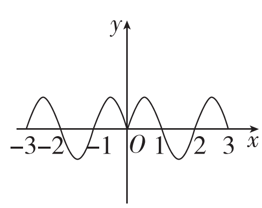
10. (多选题)下列图象所表示的函数中具有周期性的是　(　　)



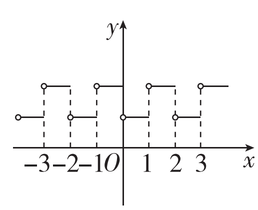
A



B



C



D

11. (多选题)[2023·湖南衡阳高一期末] 奇函数 $f(x)(x\in\mathbf{R})$满足 $f(x)=f(1-x)$,则下列选项正确的是 ( )

A. $f(x)$的一个周期为 2

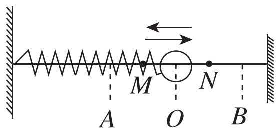
B. $f(100.4)<f(2.6)$

C. $f\left(2x-\frac{1}{2}\right)$为偶函数

D. $f(2x-4)$为奇函数

12. 定义域为 $\mathbf{R}$ 的偶函数 $f(x)$为周期函数,其周期为 8,当 $x\in[-4,0]$时,$f(x)=x+1$,则 $f(25)=$________.

13. 如图所示的弹簧振子在 A,B 之间做简谐运动,O 为平衡位置,振子从 A 向右运动时,先后以相同的速度通过 M,N 两点,经历的时间为 $t_1=1$ s,过 N 点后,再经过 $t_2=1$ s 第一次反向通过 N 点,则振子的振动周期 $T=$________s.

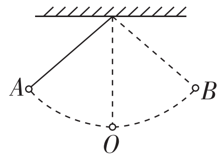


14. 讨论函数 $y=\frac{\ln e+(-1)^n}{2}$,$n\in\mathbf{N}$ 是否为周期函数,如果是,请指出它的周期.

15. 已知函数 $f(x)$是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数,且满足对于任意的 $x\in\mathbf{R}$,$f(x+2)=f(x)$恒成立,当 $x\in(-1,0)$时,$f(x)=2^x$,求当 $x\in(2,3)$时,$f(x)$的表达式.

思维训练篇

16. 如图,设钟摆每经过 1.8 秒回到原来的位置,在图中钟摆达到最高位置 A 点时开始计时,则经过 1 分钟,钟摆的大致位置是 ( )



A. 在点 A 处

B. 在点 B 处

C. 在 O,A 之间

D. 在 O,B 之间

17. [2023·河北廊坊高一期末] 已知奇函数 $f(x)$对任意 $x\in\mathbf{R}$ 都有 $f(x+6)+f(x)=2f(3)$,则 $f(2034)=$________.

18. 水车上装有 16 个盛水槽,每个盛水槽最多盛水 10 升,假设水车 5 分钟转一圈,计算经过 1 小时最多盛水多少升?

§2 任意角

2.1 角的概念推广

2.2 象限角及其表示

基础夯实篇

1. [2024·江苏常州期末] 已知角 $\alpha=583°$，那么 α 的终边在 ( )

A. 第一象限　　B. 第二象限

C. 第三象限　　D. 第四象限

2. 若 $\alpha=45°+k\cdot180°(k\in\mathbf{Z})$，则 α 的终边在 ( )

A. 第二或第三象限

B. 第一或第三象限

C. 第二或第四象限

D. 第三或第四象限

3. [2023·山东济宁高一期末] 与 2023°角终边相同的角可能是 ( )

A. $-487°$　　B. $-143°$

C. $143°$　　D. $223°$

4. 小明从家步行到学校，一般需要 10 分钟，则 10 分钟时间钟表的分针走过的角是 ( )

A. $30°$　　B. $-30°$

C. $60°$　　D. $-60°$

5. [2024·江苏盐城期末] 若角 α 的终边与角 θ 的终边关于 x 轴对称，则 $\alpha+\theta$ 的终边落在 ( )

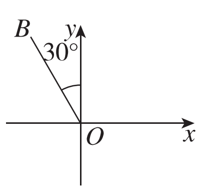
A. x 轴的非负半轴上

B. 第一象限

C. y 轴的非负半轴上

D. 第三象限

6. 如图所示，角 α 的顶点为坐标原点 O，始边为 x 轴的非负半轴，终边为 OB，则角 α 的集合为________.



素养提能篇

7. 所有与 405°角终边相同的角的集合是 ( )

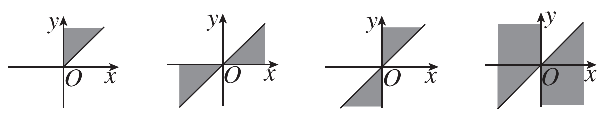
A. $\{\beta|\beta=-45°+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$

B. $\{\beta|\beta=-405°+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$

C. $\{\beta|\beta=45°+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$

D. $\{\beta|\beta=45°+k\cdot180°,k\in\mathbf{Z}\}$

8. 集合 $\{\alpha|45°+k\cdot180°\leqslant\alpha\leqslant90°+k\cdot180°,k\in\mathbf{Z}\}$ 中表示的角 α 的终边所在的范围(阴影部分)是 ( )



A　　B　　C　　D

9. (多选题)[2023·广西河池高一期中] 下列说法错误的是 ( )

A. 第二象限角都是钝角

B. 小于 90°的角是锐角

C. 330°角是第四象限角

D. 如果角 α 的终边在第一象限，那么角 $\frac{\alpha}{3}$ 的终边在第二象限

10. 设集合 $A=\{\alpha|\alpha=45°+k\cdot180°,k\in\mathbf{Z}\}\cup\{\alpha|\alpha=135°+k\cdot180°,k\in\mathbf{Z}\}$，集合 $B=\{\beta|\beta=45°+k\cdot90°,k\in\mathbf{Z}\}$，则 ( )

A. $A\cap B=\varnothing$　　B. $A\subsetneqq B$

C. $B\subsetneqq A$　　D. $A=B$

11. 与 $-496°$ 角终边相同的角中，最小的正角为________，最大的负角为________.

12. 若角 α 和 β 的终边关于直线 $x+y=0$ 对称，且 $\alpha=-30°$，则角 β 的集合是________.

13. 已知 α,β 都是锐角，且 $\alpha+\beta$ 的终边与 $-280°$ 角的终边相同，$\alpha-\beta$ 的终边与 $670°$ 角的终边相同，则 $\alpha=$________，$\beta=$________.

14. [2023·江西赣州期中] 已知 $\alpha=-1910°$.

(1)把 α 写成 $\beta+k\cdot 360°(k\in\mathbf{Z},0°\leqslant\beta<360°)$ 的形式,并指出它是第几象限角;

(2)求 θ,使 θ 与 α 的终边相同,且 $-720°\leqslant\theta<0°$.

15. 写出满足下列条件的角 α 与 β 的关系.

(1)角 α 与 β 的终边互相垂直;

(2)角 α 与 β 的终边互为反向延长线;

(3)角 α 与 β 的终边关于 y 轴对称.

思维训练篇

16. (多选题)如果角 α 与角 $\gamma+60°$ 的终边相同,角 β 与角 $\gamma-60°$ 的终边相同,那么 $\alpha-\beta$ 的值可能为 ( )

A. 120° B. 360° C. 1200° D. 3600°

17. 设 $A=\{\alpha|\alpha=k\cdot 360°+45°,k\in\mathbf{Z}\}$,$B=\{\alpha|\alpha=k\cdot 360°+225°,k\in\mathbf{Z}\}$,$C=\{\alpha|\alpha=k\cdot 180°+45°,k\in\mathbf{Z}\}$,$D=\{\alpha|\alpha=k\cdot 360°-135°,k\in\mathbf{Z}\}$,$E=\{\alpha|\alpha=k\cdot 360°+45°$或$\alpha=k\cdot 360°+225°,k\in\mathbf{Z}\}$,则两组相等的集合为______.

18. 一只红蚂蚁与一只黑蚂蚁在一个单位圆(半径为 1 的圆)的圆周上爬动,已知两只蚂蚁同时从点 $A(1,0)$ 逆时针匀速爬动,且红蚂蚁每秒爬过 α 角,黑蚂蚁每秒爬过 β 角(其中 $0°<\alpha<\beta<180°$),若两只蚂蚁都在第 14 秒时回到 A 点,并且在第 2 秒时均位于第二象限,求 α,β 的值.

§3 弧度制

3.1 弧度概念

3.2 弧度与角度的换算

基础夯实篇

1. $36°$化为弧度制为 ( )

A. $\frac{\pi}{5}$ B. $\frac{1}{5}$ C. 5 D. 5π

2. 若角 $\alpha=3$ rad,则角 α 是 ( )

A. 第一象限角 B. 第二象限角

C. 第三象限角 D. 第四象限角

3. 与 $30°$角终边相同的角的集合是 ( )

A. $\left\{\alpha \middle| \alpha=k\cdot 360°+\frac{\pi}{6},k\in\mathbf{Z}\right\}$

B. $\{\alpha|\alpha=2k\pi+30°,k\in\mathbf{Z}\}$

C. $\{\alpha|\alpha=2k\cdot 360°+30°,k\in\mathbf{Z}\}$

D. $\left\{\alpha \middle| \alpha=2k\pi+\frac{\pi}{6},k\in\mathbf{Z}\right\}$

4. 某场考试需要 2 小时,则在本场考试中,钟表的时针转过的弧度数为 ( )

A. $\frac{\pi}{3}$ B. $-\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{6}$ D. $-\frac{\pi}{6}$

5. 在单位圆中,$200°$的圆心角所对的弧长 $l=$( )

A. $\frac{9\pi}{10}$ B. $\frac{10\pi}{9}$ C. 9π D. 10π

6. [2024·江西萍乡期末] 已知角 α 的终边与$\frac{\pi}{3}$的终边相同,则在$[0,2\pi)$内,终边与$\frac{\alpha}{3}$的终边相同的角为____________.

素养提能篇

7. 若扇形的半径变为原来的 2 倍,且弧长也变为原来的 2 倍,则 ( )

A. 扇形的圆心角大小不变

B. 扇形的圆心角变为原来的 2 倍

C. 扇形的圆心角变为原来的 4 倍

D. 扇形的圆心角变为原来的$\frac{1}{2}$

8. 已知扇形的周长是 6 cm,面积是 2 cm^2,则扇形的圆心角的弧度数是 ( )

A. 1 B. 4 C. 1 或 4 D. 2 或 4

9. (多选题)下列结论正确的是 ( )

A. $112°30'$化成弧度是$\frac{5\pi}{8}$ rad

B. $-\frac{10\pi}{3}$ rad 化成度是$-600°$

C. $-150°$化成弧度是$-\frac{7\pi}{6}$ rad

D. $\frac{\pi}{12}$ rad 化成度是 $15°$

10. (多选题)[2024·山西长治高一期末] 下列说法正确的是 ( )

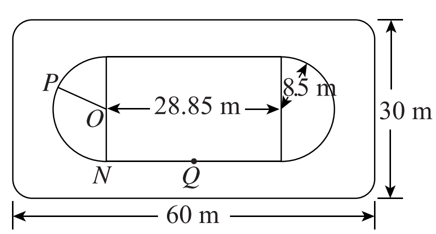
A. $-\pi$ rad$=-180°$

B. 第一象限角都是锐角

C. 在半径为 2 的圆中,$\frac{\pi}{6}$弧度的圆心角所对的弧长为$\frac{\pi}{3}$

D. 终边在直线 $y=-x$ 上的角的集合是$\left\{\alpha \middle| \alpha=2k\pi-\frac{\pi}{4},k\in\mathbf{Z}\right\}$

11. 某短道速滑比赛场地的内圈的弯道(半圆)半径为 8.5 m,直道长为 28.85 m,点 O 为弯道的圆心,点 N 为弯道与直道的连接点,如图,运动员沿滑道逆时针滑行,在某次短道速滑比赛最后一圈的冲刺中,运动员小夏在弯道上的 P 点处成功超过所有对手,并领先到终点 Q(终点 Q 为直道的中点).若从 P 点滑行到 Q 点的距离为 31.425 m,则$\angle PON=$ ( )



A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{5}{3}$ C. 2 D. $\frac{2\pi}{3}$

12. [2023·山东东营期中] 若扇形的周长为 4,则扇形面积的最大值是________.

13. 《九章算术》是我国古代内容极为丰富的数学名著，其中有这样一个问题："今有宛田，下周三十步，径十六步. 问为田几何?"其意思为："现有一块扇形田，弧长为 30 步，其所在圆的直径为 16 步，问这块田的面积是多少?"该问题的答案为________平方步.

14. 已知角$\alpha=-920^\circ$.

(1)把角 α 写成 $2k\pi+\beta(0\leqslant\beta<2\pi,k\in\mathbf{Z})$的形式，并确定角 α 的终边所在的象限;

(2)若角 γ 与角 α 的终边相同，且 $\gamma\in(-4\pi,-3\pi)$，求角 γ 的弧度数.

15. 已知半径小于 π 的扇形 OAB 的周长是 $6+2\pi$，面积是 3π.

(1)求该扇形的圆心角的弧度数;

(2)求该扇形中所含弓形的面积(注:弓形是指由弦及其所对的弧组成的图形).

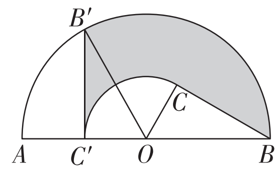
思维训练篇

16. 若某扇形的周长为 20，当其面积最大时，其内切圆的半径 r 为 ( )

A. $5-\dfrac{1}{\sin 1}$　　B. $\dfrac{1}{\sin 1}+\dfrac{3}{2}$

C. $\dfrac{5\sin 1}{1+\sin 1}$　　D. $5+\dfrac{5}{1+\sin 1}$

17. 如图，C 为半圆内一点，O 为圆心，直径 $AB=2$，$\angle BOC=\dfrac{\pi}{3}$，$\angle BCO=\dfrac{\pi}{2}$，将$\triangle BOC$ 绕圆心 O 按逆时针方向旋转至$\triangle B'OC'$，点 C'在 OA 上，则边 BC 扫过区域(图中阴影部分)的面积为________.



18. 已知一个扇形的圆心角为 $\alpha(\alpha>0)$，周长为 C，面积为 S，所在圆的半径为 r.

(1)若 $\alpha=35^\circ$，$r=8$，求扇形的弧长;

(2)若 $C=16$，求 S 的最大值及此时扇形的半径和圆心角.

§4 正弦函数和余弦函数的概念及其性质

4.1 单位圆与任意角的正弦函数、余弦函数定义

基础夯实篇

1. [2024·杭州高级中学高一期末] 若点 $P(-4,3)$ 在角 α 的终边上,则 $\sin\alpha=$ ( )

A. 3 B. $-\frac{4}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $-\frac{3}{4}$

2. 已知角 α 的终边经过点 $(-3,m)$,若 $\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{2}{3}$,则 $\sin\alpha=$ ( )

A. $-\frac{2\sqrt{13}}{13}$ B. $\frac{2\sqrt{13}}{13}$

C. $-\frac{3\sqrt{13}}{13}$ D. $\frac{3\sqrt{13}}{13}$

3. [2023·湖南岳阳期末] 已知角 α 的顶点与平面直角坐标系 xOy 的原点重合,始边在 x 轴的非负半轴上,终边与单位圆相交于点 $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$,则 $\sin\alpha\cos\alpha=$ ( )

A. $-\frac{1}{2}$ B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

4. 已知角 θ 的终边经过点 $P\left(-\frac{1}{3},\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$,则角 θ 可以为 ( )

A. $\frac{5\pi}{6}$ B. $-\frac{11\pi}{6}$ C. $-\frac{4\pi}{3}$ D. $\frac{5\pi}{3}$

5. 平面直角坐标系 xOy 中,若角 α 的顶点为坐标原点,始边与 x 轴的非负半轴重合,其终边上一点 P 绕原点顺时针旋转 $\frac{\pi}{6}$ 后到达点 $Q(3,4)$,则 $\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{6}\right)=$ ( )

A. $-\frac{3}{5}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $-\frac{4}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

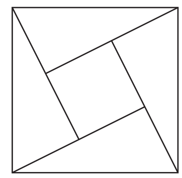
6. 已知角 θ 的终边经过点 $P(-3,4)$,那么 $2\sin\theta-\cos\theta=$________.

素养提能篇

7. 已知角 α 的顶点与原点重合,始边与 x 轴的非负半轴重合,若 α 的终边与圆心在原点的单位圆交于 $A\left(\frac{4}{5},m\right)$,且 α 为第四象限角,则 $\sin\alpha=$ ( )

A. $\frac{3}{5}$ B. $-\frac{3}{5}$ C. $\frac{4}{5}$ D. $-\frac{4}{5}$

8. [2024·江苏常州高一期末] 赵爽是我国古代数学家、天文学家,他在注解《周髀算经》一书时介绍了"勾股圆方图",亦称"赵爽弦图",它是由四个全等的直角三角形与一个小正方形拼成的大正方形.如图是一张弦图,已知大正方形的面积为100,小正方形的面积为20,若直角三角形中较小的锐角为 α,则 $\sin\alpha\cos\alpha$ 的值为 ( )



A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

9. 点 P 从 $(1,0)$ 出发,沿单位圆按逆时针方向运动到达点 Q,若 $\overset{\frown}{PQ}$ 的长为 $\frac{2}{3}\pi$,则点 Q 的坐标为 ( )

A. $\left(-\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ B. $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2},-\frac{1}{2}\right)$

C. $\left(-\frac{1}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ D. $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2}\right)$

10. (多选题)[2023·贵州遵义期末] 下列说法正确的是 ( )

A. 若 $\sin\alpha=\sin\beta$,则 α 与 β 是终边相同的角

B. 若角 α 的终边过点 $P(3k,4k)(k\neq0)$,则 $\sin\alpha=\frac{4}{5}$

C. 若扇形的周长为3,半径为1,则其圆心角的大小为1弧度

D. 若 $\sin\alpha\cdot\cos\alpha>0$,则角 α 的终边在第一象限或第三象限

11. 在平面直角坐标系 xOy 中,已知角 α 的顶点与原点重合,始边与 x 轴的正半轴重合,终边经过点 $(-2,y_0)$,若 $\alpha=\frac{2\pi}{3}$,则 y_0 的值为 ( )

A. $-2\sqrt{3}$ B. $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$

C. $2\sqrt{3}$ D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

12. 在平面直角坐标系 xOy 中,角 α 的终边上有一点 $P(-1,\sqrt{3})$,则与角 α 终边相同的角的集合为________________.

13. [2023·江西奉新一中月考] 已知角 α 的终边上一点的坐标为 $\left(\sin\frac{2\pi}{3},\cos\frac{2\pi}{3}\right)$,则角 α 的最小正值为________.

14. 已知角 α 的终边经过点 $P(-\sqrt{3},m)$,且 $\sin\alpha=\frac{\sqrt{2}m}{4}$,求 $\cos\alpha$ 的值.

15. 已知角 θ 的终边经过点 $P(3a,-4a)(a\neq0)$,求 $\sin\theta+2\cos\theta$ 的值.

思维训练篇

16. 已知角 θ 的顶点与坐标原点重合,始边与 x 轴的非负半轴重合,终边在直线 $y=-2x(x\neq0)$ 上,则 $\cos^2\theta-\sin^2\theta=$ ( )

A. $-\frac{3}{5}$　B. $-\frac{4}{5}$　C. $\frac{2}{3}$　D. $\frac{3}{4}$

17. 已知函数 $f(x)=\log_a(x-1)-1(a>0,a\neq1)$ 的图象恒过点 A,若点 A 在角 α 的终边上,则 $\sin\alpha=$________.

18. 已知角 α 的终边上的点 P 到 x 轴的距离与到 y 轴的距离之比是 $\frac{1}{2}$,求 $3\sin\alpha-\cos\alpha$ 的值.

4.2 单位圆与正弦函数、余弦函数的基本性质

基础夯实篇

1. [2024·武汉高一期末] 若 α 是第四象限角，则点 $P(\sin\alpha,\cos\alpha)$ 在 ( )

A. 第一象限　　B. 第二象限

C. 第三象限　　D. 第四象限

2. 函数 $y=\sin x-1$ 的单调递增区间是 ( )

A. $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right]$

B. $[0,\pi]$

C. $\left[-\frac{\pi}{2}+2k\pi,\frac{\pi}{2}+2k\pi\right](k\in\mathbf{Z})$

D. $[2k\pi,\pi+2k\pi](k\in\mathbf{Z})$

3. 点 $A(\sin 2382^\circ,\cos 2382^\circ)$ 在平面直角坐标系中位于 ( )

A. 第一象限　　B. 第二象限

C. 第三象限　　D. 第四象限

4. 已知点 $P\left(\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha},\cos\alpha\right)$ 在第三象限，则角 α 的终边在 ( )

A. 第一象限　　B. 第二象限

C. 第三象限　　D. 第四象限

5. 在 $[0,2\pi]$ 上，使不等式 $\cos x\geqslant\frac{1}{2}$ 成立的 x 的取值范围为 ( )

A. $\left[0,\frac{\pi}{3}\right]\cup\left[\frac{5\pi}{3},2\pi\right]$

B. $\left[0,\frac{5\pi}{3}\right]$

C. $\left[\frac{\pi}{3},\frac{5\pi}{3}\right]$

D. $\left[0,\frac{2\pi}{3}\right]\cup\left[\frac{4\pi}{3},2\pi\right]$

6. [2024·广州高一期末] 已知函数 $f(x)=\begin{cases}\sin x, x>0,\\ \cos x, x\leqslant 0,\end{cases}$ 则 $f[f(\pi)]=$________.

素养提能篇

7. (多选题) [2023·浙江衢州高一期末] 若 $\sin x\cos x>0$，$\sin x+\cos x>0$，则 $\frac{x}{2}$ 可以是 ( )

A. 第一象限角　　B. 第二象限角

C. 第三象限角　　D. 第四象限角

8. 设 $0\leqslant\alpha<2\pi$，如果 $\sin\alpha<0$ 且 $\cos 2\alpha<0$，则 α 的取值范围是 ( )

A. $\pi<\alpha<\frac{3\pi}{2}$　　B. $\frac{3\pi}{2}<\alpha<2\pi$

C. $\frac{\pi}{4}<\alpha<\frac{3\pi}{4}$　　D. $\frac{5\pi}{4}<\alpha<\frac{7\pi}{4}$

9. 若对于任意的实数 x，都有 $2-\sin x>a$，则实数 a 的取值范围是 ( )

A. $(-\infty,1)$　　B. $(-\infty,1]$

C. $(-1,1)$　　D. $[-1,1]$

10. (多选题) 已知 $x\in\left\{x\,\middle|\,x\neq\frac{k\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\right\}$，则函数 $y=\frac{|\sin x|}{\sin x}+\frac{|\cos x|}{\cos x}-\frac{2|\sin x\cos x|}{\sin x\cos x}$ 的值可能是 ( )

A. 0　　B. -4

C. 4　　D. 2

11. 下列不等式成立的是 ( )

A. $\sin\frac{5\pi}{6}>\sin\frac{2\pi}{3}$

B. $\cos\frac{5\pi}{6}>\cos\frac{2\pi}{3}$

C. $\sin\left(-\frac{5\pi}{6}\right)>\sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right)$

D. $\cos\left(-\frac{5\pi}{6}\right)>\cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right)$

12. 若 $\sin\alpha<0$ 且 $\tan\alpha<0$，则角 α 是第________象限角.

13. 不等式 $\cos x>\frac{1}{2}$ 在区间 $[-\pi,\pi]$ 上的解集为________.

14. 已知函数 $y=-3\sin x+1$.

(1)求该函数的定义域、值域、最小正周期、单调区间;

(2)求该函数在区间$\left[-\frac{\pi}{6},\frac{2\pi}{3}\right]$上的最值.

15. (1)求满足不等式 $2\cos x+1\leqslant 0$ 的 x 的集合;

(2)求函数 $y=\sqrt{1-2\sin x}$ 的定义域.

思维训练篇

16. [2023·上海进才中学月考] 若实数 x 和 y 满足$|\cos x-\cos y|=|\cos x|+|\cos y|$且 $y\in\left(\frac{3\pi}{2},2\pi\right)$,则$\sqrt{(\cos x-\cos y)^2}=$ ( )

A. $\cos x-\cos y$　　B. $\cos y-\cos x$

C. $\cos x+\cos y$　　D. $|\cos x|-|\cos y|$

17. [2023·江西靖安中学月考] 已知 θ 为第二象限角,则 $\sin(\cos\theta)\cdot\cos(\sin\theta)$ ________ 0.(填“>”“<”或“=”)

18. 已知角 α 的终边上有一点 $P(\sqrt{3},a+1)$,$a\in\mathbf{R}$.

(1)若 $\alpha=60°$,求实数 a 的值;

(2)若 $\sin\alpha<0$,求实数 a 的取值范围.

4.3 诱导公式与对称

基础夯实篇

1. [2024·浙江嘉兴高一期末] 已知 $\sin(\pi+\alpha)=\frac{3}{5}$，则 $\sin\alpha=$ ( )

A. $\frac{4}{5}$　B. $\frac{3}{5}$　C. $-\frac{4}{5}$　D. $-\frac{3}{5}$

2. $\sin(-210^\circ)$的值为 ( )

A. $\frac{1}{2}$　B. $-\frac{1}{2}$　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

3. 若点 P 的坐标为($\sin 2381^\circ\cdot\cos 2381^\circ$，$\cos 2381^\circ-\sin 2381^\circ$)，则点 P 在 ( )

A. 第一象限　B. 第二象限

C. 第三象限　D. 第四象限

4. 已知$f(x)=\begin{cases}\sin\frac{\pi}{3}x, x\leqslant 2015,\\ f(x-4), x>2015,\end{cases}$ 则 $f(2020)=$ ( )

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　B. $-\frac{1}{2}$　C. $\frac{1}{2}$　D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

5. (多选题)如果 $\alpha+\beta=180^\circ$，那么下列等式中不恒成立的是 ( )

A. $\cos\alpha=\cos\beta$　B. $\cos\alpha=-\cos\beta$

C. $\sin\alpha=-\sin\beta$　D. $\sin\alpha=\cos\beta$

6. [2024·南昌高一期末] 若 $\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{3}$，则 $\sin\left(\alpha+\frac{5\pi}{6}\right)=$________.

素养提能篇

7. $\cos\left(-\frac{17\pi}{4}\right)-\sin\left(-\frac{17\pi}{4}\right)$的值是 ( )

A. $\sqrt{2}$　B. $-\sqrt{2}$

C. 0　D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

8. 若 $k\in\mathbf{Z}$，则$\frac{\sin(k\pi-\alpha)\cdot\cos[(k-1)\pi-\alpha]}{\sin[(k+1)\pi+\alpha]\cdot\cos(k\pi+\alpha)}=$ ( )

A. 1

B. -1

C. ±1

D. 随 k 的变化而变化

9. (多选题)[2024·山东济宁期末] 在平面直角坐标系 xOy 中，角 α 的顶点为坐标原点，始边与 x 轴的非负半轴重合，终边经过点 $P(5a,-12a)$，$a\neq0$，则 $2\cos(-\alpha)+\sin(\pi+\alpha)$的值可以为 ( )

A. $-\frac{2}{13}$　B. $-\frac{22}{13}$

C. $\frac{2}{13}$　D. $\frac{22}{13}$

10. 若角 α 的终边与角 $\frac{5\pi}{3}-\alpha$ 的终边重合，则 $\cos 2\alpha=$ ( )

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　B. $\frac{1}{2}$　C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$　D. $-\frac{1}{2}$

11. (多选题)已知 $n\in\mathbf{Z}$，则下列三角函数值中，与 $\sin\frac{\pi}{3}$的值相等的是 ( )

A. $\sin\left(n\pi+\frac{4}{3}\pi\right)$

B. $\cos\left(2n\pi+\frac{\pi}{6}\right)$

C. $\sin\left(2n\pi+\frac{\pi}{3}\right)$

D. $\cos\left[(2n+1)\pi-\frac{\pi}{6}\right]$

12. 若 $\sin(\pi+\alpha)=\frac{3}{5}$，$\alpha$ 是第四象限角，则 $\cos(\alpha-2\pi)=$________.

13. [2023·甘肃天水二中高一月考] 已知 $f(x)=a\sin(\pi x+\alpha)+b\cos(\pi x+\beta)-1$，其中 a,b,α,β 为常数. 若 $f(2024)=1$，则 $f(1)=$________.

14. (1)化简：$\dfrac{\cos(2023\pi+\alpha)\cdot\sin(2024\pi+\alpha)}{\sin(-2023\pi+\alpha)\cdot\cos(2024\pi-\alpha)}$；

(2)计算：$\sin 420^\circ\cos 330^\circ+\sin(-690^\circ)\cdot\cos(-660^\circ)$.

15. [2023·江西赣县三中高一月考]已知角 α 终边上有一点 $P(-3,m)$，且 $\sin\alpha=\dfrac{m}{5}$，$m<0$.

(1)求 m 的值，并求 $\cos\alpha$ 与 $\sin\alpha$ 的值；

(2)求 $\dfrac{\cos(\pi+\alpha)\sin(3\pi+\alpha)\sin(-\alpha)}{\cos(\pi-\alpha)\sin(\pi-\alpha)\cos(2\pi-\alpha)}$ 的值.

思维训练篇

16. 已知 $a=\sin\dfrac{19\pi}{6}$，$b=\cos\dfrac{23\pi}{4}$，$c=\sin\left(-\dfrac{33\pi}{4}\right)$，则 a,b,c 的大小关系是 ( )

A. $a>b>c$　　B. $b>a>c$

C. $b>c>a$　　D. $c>a>b$

17. 已知函数 $f(x)$ 为奇函数，若当 $x\geqslant 0$ 时，$f(x)=\cos 2x-1$，则 $f\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)+f\left(\dfrac{5\pi}{4}\right)=$ ________.

18. [2023·河南信阳中学高一月考]已知 $f(x)=\dfrac{\cos^2(n\pi+x)\sin^2(n\pi-x)}{\cos^2[(2n+1)\pi-x]}(n\in\mathbf{Z})$.

(1)化简 $f(x)$ 的表达式；

(2)求 $f\left(\dfrac{2026}{3}\pi\right)$.

4.4 诱导公式与旋转

基础夯实篇

1. 已知 $\sin\alpha=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，则 $\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{2}\right)=$ ( )

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ B. $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ C. $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

2. 若 $\cos(\pi+A)=-\frac{1}{2}$，则 $\sin\left(\frac{\pi}{2}+A\right)=$ ( )

A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

3. 若 $\sin(180^\circ+\alpha)+\cos(90^\circ+\alpha)=-a$，则 $\cos(270^\circ-\alpha)+2\sin(360^\circ-\alpha)=$ ( )

A. $-\frac{2a}{3}$ B. $-\frac{3a}{2}$ C. $\frac{2a}{3}$ D. $\frac{3a}{2}$

4. 在平面直角坐标系中，已知角 α 的终边与单位圆交于点 $P\left(-\frac{3}{5},-\frac{4}{5}\right)$，将角 α 的终边绕原点按顺时针方向旋转 $\frac{\pi}{2}$ 后与角 β 的终边重合，则角 β 的终边与单位圆的交点的坐标为 ( )

A. $\left(-\frac{3}{5},\frac{4}{5}\right)$ B. $\left(-\frac{4}{5},\frac{3}{5}\right)$

C. $\left(\frac{3}{5},-\frac{4}{5}\right)$ D. $\left(\frac{4}{5},-\frac{3}{5}\right)$

5. 已知角 α 的终边经过点 $P(7,1)$，则 $\cos(\pi+\alpha)+\sin\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)=$ ( )

A. $\frac{7\sqrt{2}}{5}$ B. $-\frac{7\sqrt{2}}{5}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{5}$ D. $-\frac{\sqrt{2}}{5}$

6. 化简 $\dfrac{\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)+\cos\left(\frac{3}{2}\pi-\alpha\right)}{\sin(\pi+\alpha)+\cos(-\alpha)}=$________.

素养提能篇

7. [2024·河北承德高一期末] 若 $\alpha\in[0,\pi]$，则"$\alpha=\frac{\pi}{9}$"是"$\sin 2\alpha=\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)$"的 ( )

A. 充要条件

B. 充分不必要条件

C. 必要不充分条件

D. 既不充分也不必要条件

8. [2024·江苏镇江高一期末] 已知 $\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)=-\frac{5}{13}$，$\alpha\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，则 $\cos\left(\frac{\pi}{6}-\alpha\right)$ 的值为 ( )

A. $-\frac{12}{13}$ B. $-\frac{5}{12}$

C. $\frac{5}{13}$ D. $\frac{12}{13}$

9. 若角 α 是第二象限角，角 β 的终边经过点 $\left(\cos(\pi+\alpha),\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)\right)$，则角 β 是 ( )

A. 第一象限角 B. 第二象限角

C. 第三象限角 D. 第四象限角

10. $\dfrac{\cos(\pi+\alpha)\sin(2\pi+\alpha)\cos\left(-\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)}{\sin(-\pi-\alpha)\cos(-\pi-\alpha)\sin(2\pi-\alpha)}=$ ( )

A. 1 B. -1

C. $\tan\alpha$ D. $-\tan\alpha$

11. (多选题)[2023·广东佛山高一期末] 在 $\triangle ABC$ 中，下列等式恒成立的是 ( )

A. $\sin(A+B)-\sin C=0$

B. $\cos(B+C)-\cos A=0$

C. $\dfrac{\sin\frac{A+B}{2}}{\cos\frac{C}{2}}=1$

D. $\dfrac{\cos\frac{B+C}{2}}{\cos\frac{A}{2}}=1$

12. (多选题)已知 $f(x)=\sin x+\cos x$，则下列结论中不正确的是 ( )

A. $f(x+\pi)=\sin x+\cos x$

B. $f(\pi-x)=\sin x+\cos x$

C. $f\left(x+\frac{\pi}{2}\right)=\sin x+\cos x$

D. $f\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\sin x+\cos x$

13. 已知 $\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{3}$，则 $\sin\left(\frac{5\pi}{6}-x\right)+2\cos^2\left(x-\frac{\pi}{3}\right)$ 的值是________.

14. (1)化简：$\dfrac{\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)\cdot\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)}{\cos(\pi+\alpha)}+\dfrac{\sin(\pi-\alpha)\cdot\cos\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)}{\sin(2\pi-\alpha)}$；

(2)已知 A,B,C 为△ABC 的三个内角，求证：$\sin\left(\dfrac{A}{2}+\dfrac{\pi}{4}\right)=\cos\left(\dfrac{B+C}{2}-\dfrac{\pi}{4}\right)$.

15. [2023·北京顺义区高一期末]在平面直角坐标系 xOy 中，角 α 的顶点与原点重合，始边与 x 轴的非负半轴重合，终边与单位圆交于第一象限内的点 $P\left(\dfrac{4}{5},y_1\right)$.

(1)求 y_1 的值；

(2)将角 α 的终边绕坐标原点 O 按逆时针方向旋转角 β 后与单位圆交于点 $Q(x_2,y_2)$，再从条件①、条件②、条件③中选择一个作为已知，求 $\dfrac{y_2}{x_2}$ 的值.

①$\beta=\dfrac{\pi}{2}$；②$\beta=\pi$；③$\beta=\dfrac{3\pi}{2}$.

注：如果选择多个条件分别解答，则按第一个解答计分.

思维训练篇

16. (多选题)[2023·江西赣州高一期中]质点 P 和 Q 在以坐标原点 O 为圆心，1 为半径的⊙O 上做匀速圆周运动，且它们同时出发. P 沿逆时针方向运动，角速度大小为 1 rad/s，起点为⊙O 与 y 轴正半轴的交点；Q 沿顺时针方向运动，角速度大小为 2 rad/s，起点为射线 $y=x(x\geqslant 0)$ 与⊙O 的交点. 当 Q 与 P 重合时，Q 的坐标可以为 (　　)

A. $\left(\cos\dfrac{11\pi}{12},-\sin\dfrac{11\pi}{12}\right)$

B. $\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2},-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$

C. $\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2},\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$

D. $\left(\cos\dfrac{5\pi}{12},\sin\dfrac{5\pi}{12}\right)$

17. 已知 $\cos\left(\dfrac{\pi}{6}-\theta\right)=\dfrac{1}{3}$，则 $\cos\left(\dfrac{5\pi}{6}+\theta\right)+2\sin\left(\dfrac{5\pi}{3}-\theta\right)$ 的值为________.

18. 在△ABC 中，已知 $\sin\dfrac{A+B-C}{2}=\sin\dfrac{A-B+C}{2}$，试判断△$ABC$ 的形状.

§5　正弦函数、余弦函数的图象与性质再认识

5.1　正弦函数的图象与性质再认识

基础夯实篇

1. 对于正弦函数 $y=\sin x$ 的图象,有以下三项描述:

①向左向右无限伸展;

②关于原点对称;

③位于两条平行线 $y=1$ 与 $y=-1$ 之间.

其中正确的有　(　　)

A. 0 项　　B. 1 项

C. 2 项　　D. 3 项

2. 函数 $y=\sin x, x\in[0,2\pi]$ 的图象与直线 $y=-\frac{2}{3}$ 的交点的个数为　(　　)

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

3. 若 $a=\sin\frac{3\pi}{5}, b=\sin\frac{4\pi}{5}, c=\sin\frac{9\pi}{10}$,则 a,b,c 的大小关系为　(　　)

A. $a>b>c$　　B. $c>b>a$

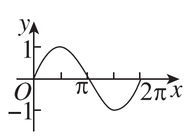
C. $b>c>a$　　D. $a>c>b$

4. 用"五点(画图)法"作函数 $y=3\sin x+2$ 的图象时,首先应描出的五个点的横坐标可以是　(　　)

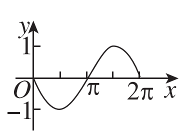
A. $0,\frac{\pi}{2},\pi,\frac{3\pi}{2},2\pi$　　B. $0,\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{4},\pi$

C. $0,\pi,2\pi,3\pi,4\pi$　　D. $0,\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2},\frac{2\pi}{3}$

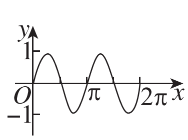
5. 函数 $y=\sin(-x), x\in[0,2\pi]$ 的大致图象是　(　　)



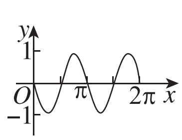
A



B



C



D

6. [2023·江西抚州高一期末] 函数 $f(x)=1+\frac{1}{\sqrt{2\sin x-1}}$ 的定义域为____________.

素养提能篇

7. 设函数 $f(x)=\sin|x|$,则 $f(x)$　(　　)

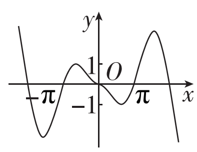
A. 在区间 $\left[\frac{2\pi}{3},\frac{7\pi}{6}\right]$ 上单调递减

B. 是周期为 2π 的周期函数

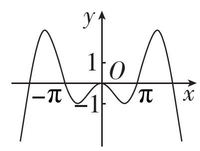
C. 在区间 $\left[-\frac{\pi}{2},0\right]$ 上单调递增

D. 图象的对称中心为 $(k\pi,0), k\in\mathbf{Z}$

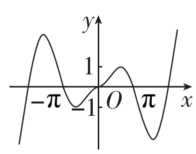
8. [2024·四川南充高一期末] 函数 $f(x)=x\cdot\sin x$ 的部分图象大致是　(　　)



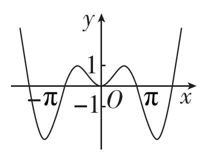
A



B



C



D

9. (多选题)下列不等式中成立的有　(　　)

A. $\sin\frac{3\pi}{4}>\sin\frac{2\pi}{3}$

B. $\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)<\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)$

C. $\sin\frac{11\pi}{7}<\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$

D. $\cos\left(-\frac{\pi}{5}\right)>\sin\frac{\pi}{3}$

10. (多选题)若 $f(x)=\sin x-\frac{1-a}{2}$ 在 $\left[\frac{\pi}{6},\pi\right]$ 上只有一个零点,则 a 的可能取值是　(　　)

A. -1　　B. 1

C. $\frac{1}{2}$　　D. 0

11. 在 $[-\pi,\pi]$ 上,满足 $\sin x\leqslant\frac{\sqrt{2}}{2}$ 的 x 的取值范围是____________.

12. 方程 $\lg x=\sin x$ 的实根的个数为________.

13. [2023·江苏镇江高一期末] 已知函数 $f(x)=a\sin x+2>0$ 对任意实数 x 恒成立,则实数 a 的取值范围为________.

14. 作出函数 $y=-\sin x, x\in[-\pi,\pi]$的简图,并回答下列问题.

(1)观察函数图象,写出满足下列条件的 x 的取值区间:

①$-\sin x<0$;②$-\sin x>0$.

(2)直线 $y=\frac{1}{2}$与 $y=-\sin x, x\in[-\pi,\pi]$的图象有几个交点?

15. 已知函数 $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}|\sin x|$.

(1)求函数 $f(x)$的定义域和值域;

(2)判断函数 $f(x)$的奇偶性;

(3)判断函数 $f(x)$是否为周期函数;

(4)写出函数 $f(x)$的单调区间.

思维训练篇

16. [2023·湖南师大附中月考] 已知函数 $f(x)=\sin x$,若存在 $x_1, x_2, \cdots, x_m$ 满足 $0\leqslant x_1<x_2<\cdots<x_m\leqslant 4\pi$,且 $|f(x_1)-f(x_2)|+|f(x_2)-f(x_3)|+\cdots+|f(x_{m-1})-f(x_m)|=8(m\geqslant 2, m\in\mathbf{N}^*)$,则 m 的最小值为 ( )

A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

17. [2024·山东青岛高一期末] 设函数 $f(x)=\sin x+\sqrt{3}$,若 $f(x_1)f(x_2)=2[f(x_1)-f(x_2)-1]$,则$|x_1-x_2|$的最小值为________.

18. 已知函数 $f(x)=\sin^2 x+(2-m)\sin x-m$.

(1)当 $m=\frac{3}{2}$时,求方程 $f(x)=0$ 的解集;

(2)若关于 x 的方程 $f(x)=0$ 在区间$\left[\frac{\pi}{3},\frac{7\pi}{6}\right]$上有实数解,求实数 m 的取值范围.